Шифр: В-2

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
Астрономия
2018/2019
Ленинградская область

Район Всеволожский

Школа Кузьмоловская СОШ

Класс 10 „Б"

ФИО Коган Станислав Константинович

Лист 1 из 3. В-2

Задача №1

1) В день весеннего равноденствия склонение Солнца равно нулю.

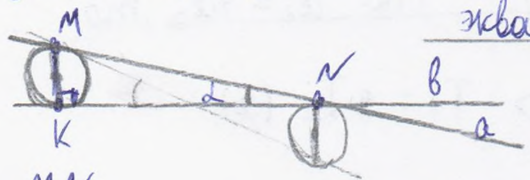
2) Запишем формулы высоты верхней кульминации для точек A и B с учётом замечания 1)

$h_A = 90° - \varphi_A$ $h_B = 90° - \varphi_B$, где φ – широта п. наблюдения

т.к. $h_A = 2h_B$, то $90° - \varphi_A = 2(90° - \varphi_B)$

$2\varphi_B - \varphi_A = 90°$ (1)

3) Сделаем рисунок заката Солнца: а ~~пп~~ параллельно линии небесного экватора, а в – горизонт. Солнце движется с равной скоростью по прямой а, поэтому время заката можно найти по формуле



$t = \frac{MN}{v_{солн}}$; т.к. $\angle\alpha = \varphi$, тогда $MK = d$ ~~1/0,5°~~, где d – угловой диаметр Солнца, то $t = \frac{\frac{d}{\sin\varphi}}{v_{солн}}$. По условию:

$$\frac{t_B}{t_A} = \frac{1,5}{1} = \frac{\frac{d}{\sin\varphi_B \cdot v}}{\frac{d}{\sin\varphi_A \cdot v}} = \frac{\sin\varphi_A}{\sin\varphi_B}$$

$$\frac{1,5}{1} = \frac{\sin\varphi_A}{\sin\varphi_B}$$

$$1,5 \sin\varphi_B = \sin\varphi_A \quad (2)$$

4) выразим φ_A из (1) $\varphi_A = 2\varphi_B - 90°$ (3)

подставим (3) в (2), получим:

$$1,5 \sin\varphi_B = \sin(2\varphi_B - 90°)$$

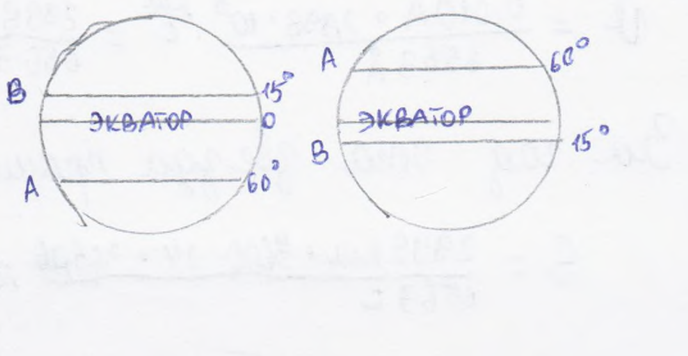
~~$\varphi_A \approx 15°$ т.к. $\sin(\alpha - 90°) = \sin$~~ $\varphi_B \approx 15°$

тогда $\varphi_A = 30° - 90° = -60°$

5). таким образом $\varphi_A = 60°$ ю.ш $\varphi_B = 15°$ с.ш или $\varphi_A = 60°$ с.ш $\varphi_B = 15°$ ю.ш

Ответ: $\varphi_A = 60°$ ю.ш. $\varphi_B = 15°$ с.ш. или

$\varphi_A = 60°$ с.ш $\varphi_B = 15°$ ю.ш.



Задача №2

1) Чтобы синодические периоды были равны, но при этом орбиты различались, одна из планет должна быть внешней, а вторая – внутр.

2) пусть ~~$\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{4}{1}\right)$ орбита~~ внеш.планета будет обозначаться, как 1, а внутр – 2.

3). $T_{син_1} = 1 : \left(\frac{1}{T_{зем}} - \frac{1}{T_1}\right)$; $T_{син_2} = 1 : \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_{зем}}\right)$ т.к. $T_1 = T_2$, то

$$\frac{1}{T_{зем}} - \frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_{зем}}$$

$$\frac{T_{зем}}{2} = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} \quad (1)$$

4). по III закону Кеплера: $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$ т.к. $a_1 = 4a_2$, то

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{4^3} = 8 \Rightarrow T_1 = 8T_2 \quad (2)$$

5) Подставим (2) в (1). Получим:

$$\frac{T_{земл}}{2} = \frac{8T_2^2}{9T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{9T_{земл}}{16} ; \ T_2 = \frac{9}{16} \text{ года}$$

$T_1 = 8T_2$; $T_1 = \frac{9}{2}$ года

6) по III закону Кеплера: $\left(\frac{T_1}{T_{земл}}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_{земл}}\right)^3 \Rightarrow a_1 = \sqrt[3]{\frac{T_1}{1 год}} \cdot 1 а.е$

$a_1 = \sqrt[3]{\frac{9}{2}}$ а.е $\approx 1,65$ а.е. $a_2 = \frac{a_1}{4}$; $a_2 = 0,4125$ а.е.

Ответ: $a_1 = 1,65$ а.е.; $a_2 = 0,4125$ а.е.

Задача №5

Из-за эффекта Доплера длина волны в линии спектра изменяется: $\frac{\Delta H\alpha}{H\alpha} = \frac{v}{c}$. Найдём v: $v = \frac{\Delta H\alpha \cdot c}{H\alpha}$

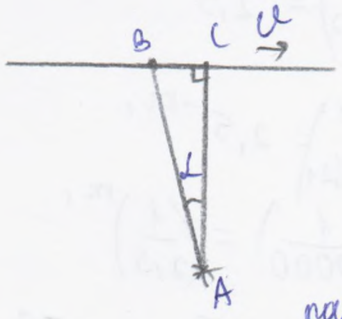
$$v = \frac{0,010 \text{Å} \cdot 2,998 \cdot 10^5 \frac{км}{с}}{6563 \text{Å}} = \frac{2998}{6563} \frac{км}{с}$$

За год эта звезда прошла путь S: $S = vt$

$$S = \frac{2998 \text{км} \cdot 3600 \cdot 24 \cdot 365,26}{6563 \text{с}} \approx 14416010,21 \text{км}$$

см Продолжение на листе 2

Сделаем рисунок:



$BC = S$

$L = 1000''$

AC – минимальное расстояние

$AC = \frac{BC}{tg L}$ угол L – мал, поэтому $tg L (рад) = L (рад)$

$AC = \frac{14416010,21 км \cdot 206265}{1000} = 14416,01021 \cdot 206265 \approx 2153736834$ км $\approx 14,36$ а.е.

Ответ: $AC = 14,36$ а.е.

Задача №4

1) Узнаем какую часть от ~~ок~~ окружности с $r = R_{земли}$ составляет 1000 км: $\frac{1000 км}{2 \cdot 3,14 \cdot 6378,1 км} = \frac{1000 км}{40054,468}$; Узнаем из этого отношения какую градусную меру имеет центральный угол, опирающийся на эту дугу:

$360° \cdot \frac{1000}{40054,468} \approx 9°$; $\sin 9° \approx \frac{2}{15}$ $\cos 9° \approx 0,991$

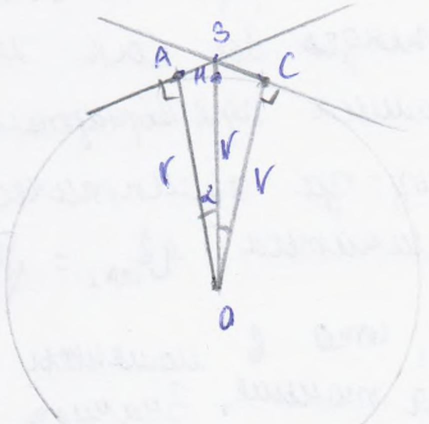
2) Сделаем рисунок: $L = 4,5°$ $\sin L = \frac{1}{15}$ $\cos L = 0,998$

3) Найдём OB: $OB = \frac{r}{\cos L}$ $OB \approx 6391$ км

$HB = OB - OH = OB - r$

$HB = 6391 - 6378,1 = 12,9$ км

HB – расстояние от наблюдателя до метеора на ближайшей точке поверхности к нему.



AB – наибольшее расстояние

$AB = r \cdot tg L = r \cdot \frac{\sin L}{\cos L}$

$AB = 6378,1 \cdot \frac{1}{15 \cdot 0,998}$ км $\approx 426,1$ км

4) вычислим ~~изначальн~~ минимальную зв. величину по формуле:

$$\frac{y_1}{y_2} = 2,5^{m_2 - m_1}$$ т.к $\frac{y_1}{y_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$, то

$$\frac{D_2^{\,2}}{D_1^{\,2}} = 2,5^{m_2 - m_1}$$

$$1 : \left(\frac{42{,}9^2\text{ км}^2}{426{,}1^2\text{ км}^2}\right) = 2{,}5^{0-m_1}$$

$$1 : \left(\frac{166{,}41}{181561{,}21}\right) = 2{,}5^{-m_1} \qquad \frac{166{,}41}{181561{,}21} \approx \frac{1}{10000}$$

$$1 : \left(\frac{1}{10000}\right) = \left(\frac{1}{2{,}5}\right)^{m_1}$$

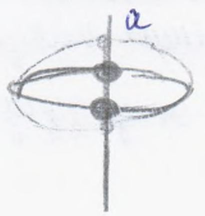
$$2{,}5^{m_1} = 100^{-2}$$

Т.к. $2{,}5^5 \approx 100$, то $m_1 = -10$

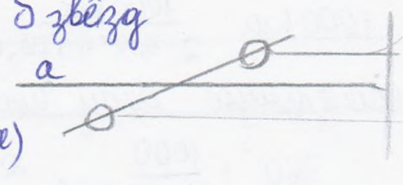
Ответ: $m_1 = -10$

К Задаче №6

5) в моменты времени 4 и 5 звёзды располагаются так:



значит в этот момент ~~угол~~ δ звёзд равно удвоенному углу наклона плоскости орбиты (φ) к лучу зрения (a)

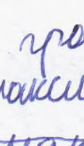


$$\varphi = \frac{\delta_{min}}{2} \qquad \varphi = \frac{0{,}48''}{2} = 0{,}24''$$

6) если бы $e = 1$ (орбита была бы окружностью) и $\varphi = 0$, то график выглядел бы как линия (которая является повторяющимися перевёрнутыми параболами)

7) Однако из-за эллиптической орбиты скорости компонент будут различаться: $v_{max} = \sqrt{\frac{G \cdot M_{солнца}}{a(1-e)}}$ $v_{min} = \sqrt{\frac{G \cdot M_{солнца}}{a(1+e)}}$

8) Заметим, что в моменты времени 4 и 5 линия графика становится тоньше. Значит звёзды приобретают максимальную скорость именно в эти моменты времени. ~~а это означает что эллипс вытянут в сторону луча зрения.~~



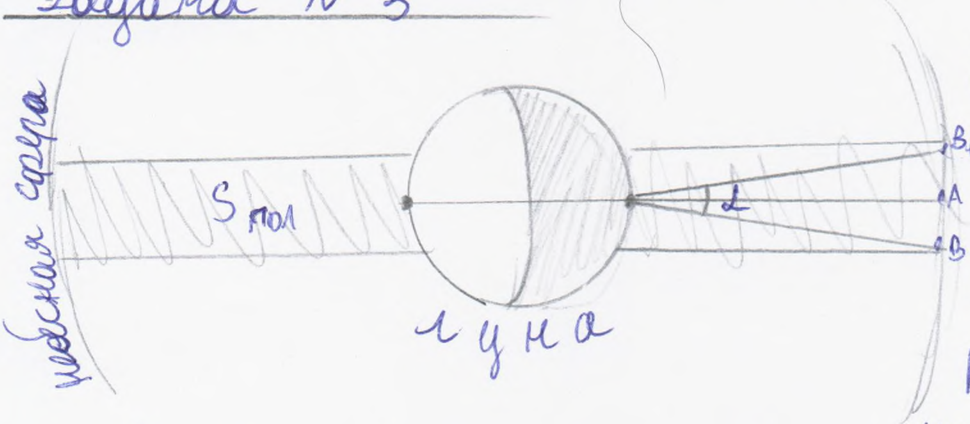
9) сравним солнечную систему (солнце и юпитер) и двойную систему по уточнённому III закону Кеплера: $\left(\frac{T_{юп}}{T_{сис}}\right)^2 \cdot \frac{M_{солн} + M_{юп}}{2M_{солн}} = \left(\frac{a_{юп}}{a_{сис}}\right)^3 \Rightarrow$

$$a_{сис} = \sqrt[3]{\frac{a_{юп}^3}{\left(\frac{T_{юп}}{T_{сис}}\right)^2 \cdot \frac{M_{солн} + M_{юп}}{2M_{солн}}}} \qquad a_{сис} = \frac{5{,}2028\text{ а.е}}{\sqrt[3]{\left(\frac{11{,}86\text{ года}}{145\text{ год}}\right)^2 \cdot \frac{M_{солн} + \frac{1}{1000}M_{солн}}{2M_{солн}}}} =$$

$$= \frac{5{,}2028\text{ а.е}}{\sqrt[3]{0{,}003352}} \approx \frac{5{,}2028\text{ а.е.}}{0{,}31} \approx 16{,}78\text{ а.е.}$$

См. продолжение на листе 3 «К задаче 6»

Задача №3



1) Чтобы найти часть небесной сферы доступной для наблюдения нужно разделить площадь части доступной для наблюдения на площадь небесной сферы: $\frac{S_{дос.}}{S_{сф}} = \frac{S_{дос}}{\cancel{4\pi R^2}(360^\circ)^2}$

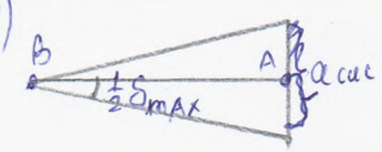
2) За счёт вращения луны вокруг своей оси и центра масс системы Земля – Луна телескоп сможет пронаблюд. полосу на небесной сфере ~~толщиной~~ шириной с∠α:

$S_{полосы} = \angle\alpha \cdot \cancel{360} \, 360^\circ$ ~~=~~ т.к. по условию телескоп регистрирует объекты удалённые от его оси ~~более~~ не более чем на 2°, то $\angle\alpha = 2^\circ + 2^\circ = 4^\circ$, тогда $S_{полосы} =$ ~~...~~ $360^\circ \cdot 4^\circ$

3) Однако из-за либраций луны эта площадь будет существенно больше $S_{полосы}$. . . .

К задаче №6

10)



Найдём AB: $AB = \cancel{\frac{a_{сис}}{tg}}\ a_{сис} : tg(\frac{1}{2}\delta_{MAX})$

т.к. $\frac{1}{2}\delta_{MAX}(рад) \ll 1$, то $AB = a_{сис} : \left(\frac{1}{2}\cdot\delta_{MAX}(рад)\right)$

$AB = 16{,}78$ а.е. $: \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{3{,}75''}{206265}\right) \approx 1845934{,}24$ а.е. $\approx 8{,}949$ пк

AB – и есть расстояние до системы

Ответ: ~~...~~ $\psi = 0{,}24''$; $AB = 8{,}949$ пк